

構造信頼性理論に基づくポートフォリオ地震リスク寄与率の計算

佐藤一郎* 高田毅士**

Risk Contribution for Seismic Portfolio Risk Based on Reliability Theory

by

Ichiro SATO* and Tsuyoshi TAKADA**

Many risk management entities are keen to procure insurance or CAT-BOND etc. due to the catastrophic nature of seismic risk. In that case, seismic risk analysis for the property portfolio is carried out so that the risk management entity can make a decision rationally. Therefore the analysts have a great responsibility to accomplish the risk evaluation that reflected the actual situation as much as possible in order to ensure transparency and consistency. This paper presents the way to evaluate seismic risk contribution of each building or facility for a certain property portfolio based on reliability theory. The proposed framework based on first order reliability method enable risk analysts to clarify the relationship between portfolio loss and each property loss as design point under a certain reliability index. Besides, introducing "site factor" same as load factor in LRFD estimated without iteration algorithm, the proposed method can be readily applied to practical risk management.

Key words: Risk management, Structural reliability theory, Design point concept, Contribution ratio, Spatial correlation

1 はじめに

地震リスクの最大の特質の一つとして、広域同時被災に至らしめるカタストロフ性が挙げられる。地震工学や耐震工学の進歩は、「耐震設計・補強」という建物の安全性を担保する極めて根本的かつ重要なリスク対応策の発展に寄与したが、現実的には、法令で規定される安全性水準の遵守により、経済損害の極小化が担保される事は無い。特に複数の資産を所有する企業などの事業体にとっては、地震による被害が広域に亘ることを想定し、その経済損害を保険などの処理手段によりリスク移転（リスク共有）することを必要に応じて検討することとなる。

一方、ポートフォリオリスクに影響を与えるリスクファクターの寄与度についてはこれまで強く意識されることがなかったが、近年、信用リスク管理を主とする金融リスク管理の分野で、VaR(Value at Risk, バリュアットリスク)のリスク寄与度に関する研究が行われるようになってきた¹²⁾。ポートフォリオ地震リスクについても、それぞれ個別のファクター（各構成要素：地域的に分散された各資産やその属性、地震の震源など）の寄与に応じた合理的かつ透明性の高いリスク管理・リスク処理が今後重要になると考えられるが、本課題に着目した研究は非常に少ない。

本研究では、ある特定の地震によるポートフォリオ損失が各拠点の損失の確率変数（相関をもつ非正規変数）の線形和で表されることに着目し、相関を考慮した一次信頼性近似手法（FORM³⁾）により、ある信頼性指標に

対応するポートフォリオ損失と各拠点の設計点の関係を陽にする。さらに、荷重耐力係数設計法⁴⁾の分離係数・荷重係数の概念を導入し、地震による各拠点の損失平均値と拠点係数（荷重耐力係数設計法の荷重係数に相当）により簡易にリスク寄与度を導出する手法も提案する。

2 提案手法の概要

2.1 ポートフォリオ損失の性能関数表示

ある特定の地震によるポートフォリオ損失 L は、当該地震による各拠点の建物の損失の線形和であり、各拠点の建物 i ($1 \sim n$) の損失を表す確率変数 L_i を用いて、以下のように表現できる。

$$L = \sum_{i=1}^n L_i = \sum_{i=1}^n a_i \cdot X_i \quad (1)$$

ここで、 a_i 、 X_i はそれぞれ建物 i の再調達価格および損失率（損失額の再調達価格に対する比率）であり X_i は確率変数となる。

(1)で表されるポートフォリオ損失は、確率変数の線形和であり、それ自身も確率変数である。したがって、ある地震によるポートフォリオ損失が目標値 l_0 を超過しないことを下式の性能関数で表現できる。

$$G = l_0 - L = l_0 - \sum_{i=1}^n a_i \cdot X_i \quad (2)$$

ここで確率変数 X_i には、地震伝播に関する不確実性（距離減衰式の予測誤差）、地盤・建物応答の不確実性、建物耐力の不確実性などが含まれ、正規変数とはならない。また、上述の不確実性のうち、距離減衰式の予測誤差には空間相関性が存在するため、損失率 X_i は、相関

+ 原稿受理 2011年4月30日 Received

* 東京海上日動リスクコンサルティング(株) 〒100-0005 東京都千代田区丸の内1-2-1 Tokio Marine & Nichido Risk Consulting Co., Ltd., 1-2-1, Marunouchi, Chiyoda-ku, Tokyo

** 東京大学大学院工学系研究科 〒113-0033 東京都文京区本郷7-3-1 Dept. of Architecture Graduate school of Eng., The Univ. of Tokyo, 7-3-1, Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo

を持つ非正規変数となる。

さて、 $G < 0$ となる確率は、(2)式を標準正規空間に変換（正規化）した性能関数と原点との最短距離（信頼性指標 β ）として求められる。(2)式の性能関数は線形関数であるが、各確率変数が非正規分布に従う場合は、解析的な厳密解は得られないことはよく知られている⁵⁾。信頼性指標 β のみが必要であれば、二次モーメント信頼性解析が一般的であり、また、性能関数に非正規確率変数を含む場合には、モンテカルロ法に代表されるいろいろな評価方法が提案されているが、これらの方法では、設計点を求めることができず、ポートフォリオ損失と各拠点の損失の関係性を陽に明示することができない。したがって、本研究では、相関を持つ非正規変数を独立な正規変数に変換⁵⁾⁶⁾し、FORM³⁾により性能関数を満たす設計点を求め、ポートフォリオ損失との関係性を明示する。

(1), (2)式により、性能関数を行列表示で表現する。

$$G = l_0 + \mathbf{A}^T \bar{x} \quad (3)$$

$$\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial G}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial G}{\partial x_i} & \dots & \frac{\partial G}{\partial x_n} \\ = [-a_1 & \dots & -a_i & \dots & -a_n] \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで、(3)式の x を下式で正規化する。

$$\bar{z} = \boldsymbol{\sigma}_y^{-1} \mathbf{t}^T (\boldsymbol{\sigma}_x^N)^{-1} (\bar{x} - \bar{\mu}_x^N) \quad (5)$$

ここで、 \bar{x} は確率変数 X_i を成分に持つベクトル、 $\bar{\mu}_x^N$ は、 \bar{x} の平均値ベクトル、 $\boldsymbol{\sigma}_x^N$ は、 \bar{x} の標準偏差を対角成分とする行列、 \bar{z} は独立な標準正規ベクトルであり、変数の添字 N は、正規分布に対するパラメータであることを示す。また、 $\boldsymbol{\sigma}_y$ は、 x の相関マトリクス $\boldsymbol{\rho}$ の固有値行列の平方根行列、 \mathbf{t} は相関マトリクス $\boldsymbol{\rho}$ の固有ベクトルを列要素とする直交正方形行列であり、以下の関係がある。

$$\boldsymbol{\sigma}_y \boldsymbol{\sigma}_y^T = \mathbf{t}^T \boldsymbol{\rho} \mathbf{t} \quad (6)$$

x が独立非相関の場合、 $\boldsymbol{\sigma}_y^{-1} \mathbf{t}^T$ は単位行列となる。

以上により、(3)式の性能関数は \bar{z} を用いて下式で表される。

$$G = l_0 + \mathbf{A}^T (\boldsymbol{\sigma}_x^N \mathbf{t} \boldsymbol{\sigma}_y \bar{z} + \bar{\mu}_x^N) = B_0 + \mathbf{B}^T \bar{z} \quad (7)$$

$$B_0 = l_0 + \mathbf{A}^T \bar{\mu}_x^N, \quad \mathbf{B}^T = \mathbf{A}^T \boldsymbol{\sigma}_x^N \mathbf{t} \boldsymbol{\sigma}_y \quad (8)$$

信頼性指標 β は、正規化空間での性能関数と原点との最短距離、分離係数ベクトル $\bar{\alpha}$ は、性能関数の設計点における方向余弦ベクトルであるから、(6)式の関係を用いて、それぞれ以下となる。

$$\beta = \frac{B_0}{\sqrt{\mathbf{B}^T \mathbf{B}}} = \frac{l_0 + \mathbf{A}^T \bar{\mu}_x^N}{\sqrt{\mathbf{A}^T \boldsymbol{\sigma}_x^N \boldsymbol{\rho} (\boldsymbol{\sigma}_x^N)^T \mathbf{A}}} \quad (9-1)$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\mathbf{B}}{\sqrt{\mathbf{B}^T \mathbf{B}}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}_y^T \mathbf{t}^T (\boldsymbol{\sigma}_x^N)^T \mathbf{A}}{\sqrt{\mathbf{A}^T \boldsymbol{\sigma}_x^N \boldsymbol{\rho} (\boldsymbol{\sigma}_x^N)^T \mathbf{A}}} \quad (9-2)$$

設計点は、定義より以下で表される。

$$\bar{z}^* = -\beta \bar{\alpha} \quad (10)$$

元の変数で表現すれば(5)(9)式より以下となる。

$$\begin{aligned} \bar{x}^* &= \boldsymbol{\sigma}_x^N \mathbf{t} \boldsymbol{\sigma}_y \bar{z}^* + \bar{\mu}_x^N \\ &= -\boldsymbol{\sigma}_x^N \mathbf{t} \boldsymbol{\sigma}_y \beta \bar{\alpha} + \bar{\mu}_x^N \\ &= -\frac{\boldsymbol{\sigma}_x^N \boldsymbol{\rho} (\boldsymbol{\sigma}_x^N)^T \mathbf{A}}{\sqrt{\mathbf{A}^T \boldsymbol{\sigma}_x^N \boldsymbol{\rho} (\boldsymbol{\sigma}_x^N)^T \mathbf{A}}} \beta + \bar{\mu}_x^N \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 $\mathbf{A}^T \boldsymbol{\sigma}_x^N \boldsymbol{\rho} (\boldsymbol{\sigma}_x^N)^T \mathbf{A} = S$ として、

$$\bar{\alpha}' = \frac{\boldsymbol{\rho} (\boldsymbol{\sigma}_x^N)^T \mathbf{A}}{\sqrt{S}} \quad (12)$$

$$\bar{x}^* = -\boldsymbol{\sigma}_x^N \beta \bar{\alpha}' + \bar{\mu}_x^N \quad (13)$$

(12), (13)式を変数表示すると以下で表される。

$$\alpha'_i = -\frac{1}{\sqrt{S}} \left[\sum_{j=1}^n (a_j \rho_{ij} \sigma_{x_j}^N) \right] \quad (14)$$

$$x_i^* = -\sigma_{x_i}^N \beta \alpha'_i + \mu_{x_i}^N \quad (15)$$

(12)(14)式の α'_i は、分離係数ベクトルの原変数空間での表現であり、二乗和は1とはならないが、各拠点に対応するパラメータとして理解しやすく、 $\boldsymbol{\rho}$ の固有値行列を求めずに算出可能な利点がある。

ここで、 X_i が非正規確率変数の場合には、設計点で等価となるように $\mu_{x_i}^N$, $\sigma_{x_i}^N$ を決める必要がある。 X_i が対数正規分布に従う場合は、下式で求められる。

$$\begin{aligned} \sigma_{x_i}^N &= x_i^* \zeta_{xi} \\ \mu_{x_i}^N &= x_i^* (1 - \ln x_i^* + \lambda_{xi}) \end{aligned} \quad (16)$$

(16)式を(15)式に代入し整理すると、

$$\begin{aligned} x_i^* &= \frac{1}{\sqrt{1 + V_{xi}^2}} \exp(-\alpha'_i \beta \zeta_{xi}) \cdot \mu_{xi} \\ &= \gamma_{xi} \cdot \mu_{xi} \end{aligned} \quad (17)$$

(17)式における γ_{xi} は、荷重耐力係数設計法⁴⁾における荷重係数に相当し、本研究では、「拠点係数」と称することにする。

FORM³⁾による繰返し計算により求めた設計点と信頼性指標により以下の設計規範式の導出が可能となる。すなわち、この設計規範式を用いることにより、目標損失値 l_0 の下で信頼性指標が指定した値以上となるようにするための、各拠点の損失の設計が可能となる。

$$G = l_0 - \sum_{i=1}^n \gamma_{xi} \mu_{xi} > 0 \quad (18)$$

2・2 損失関数の評価

損失関数（ロス関数）は、地震動強さを入力とし、地震による建物の損失率 X の平均を示す関数と定義される。損失関数は下式で求められる。

$$\mu_X = \sum_{k=1}^{m-1} C_k \cdot \{F_k(I) - F_{k+1}(I)\} + C_m \cdot F_m(I) \quad (19)$$

また、推定誤差の標準偏差は次式で表される。

$$\sigma_X = \sqrt{\sum_{k=1}^{m-1} (C_k - \mu_X)^2 \cdot \{F_k(I) - F_{k+1}(I)\} + (C_m - \mu_X)^2 \cdot F_m(I)} \quad (20)$$

ここで、ここで C_k は被害モード k に対応する損傷度⁷⁾ (各被害モードに対応する平均損失率で0~1の値をとる)を表す関数、 $F_k(I)$ は、地震動強さ I に対して求められる被害モード k 以上の被害が発生する確率を表すフラジリティ、 m は被害モードの総数であり、フラジリティ

は対数正規分布で表されるとする。

建物ごとの被害モードで分岐させたイベントツリーに対して、相関を考慮した全確率の定理によりポートフォリオ損失の確率分布を求める手法も提案されている⁸⁾が、分岐が増えると計算量が膨大となる。そこで本研究では、ポートフォリオの拠点それぞれに一つの損失関数を与え、ポートフォリオ損失を評価する方法を提案する。この方法は、拠点単位のリスク評価と、ポートフォリオに対するリスク評価の手順が明確に分かれており、ポートフォリオの資産入替えといった現実的なリスク評価手順に照らし合わせても整合的といえる。

(19)式により求めた損失関数(損失率の平均値)の一例を図1に示す。また距離減衰式から予測される地震動強さ I に対する損失率 X の推定誤差 ε_X (X の中央値を x_m としたとき、 $\varepsilon_X = X/x_m$)が対数正規分布に従うとして、(19),(20)式から求めた対数標準偏差 ζ_{ε_X} について、図1には、推定誤差 $\pm\zeta_{\varepsilon_X}$ に対応する分位点と中央値に対応する損失率を併記している。なお、損失率の推定誤差の確率分布の妥当性について論じた文献は少なく、上下限を設定できる利便性からベータ分布を用いることも多いが、対数正規分布を採用しても本研究の本質には影響を与えないと判断した。ここで、図1の損失関数の基となる脆弱性の対数正規分布の対数標準偏差は、地震動の推定誤差の対数標準偏差 ζ_S 、脆弱性の対数標準偏差を ζ_R として(21)式で表現される複合偏差⁷⁾ ζ_Z として与えている。

$$\zeta_Z = \sqrt{\zeta_R^2 + \zeta_S^2} \quad (21)$$

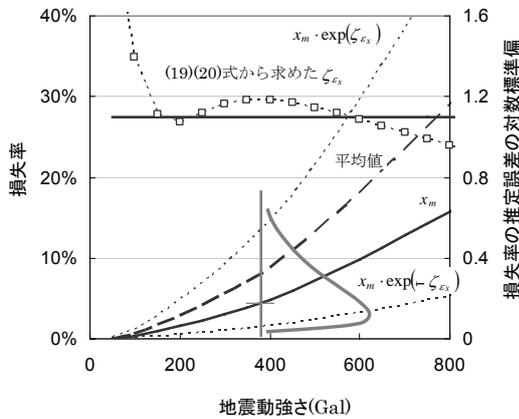


図1 損失関数

2.3 損失関数の相関性の考慮

損失率のばらつきは、建物耐力や応答のばらつきと、地震動強さの予測誤差に起因する。これらのばらつきには相関性を有するものが含まれているため、ポートフォリオ損失の評価の際に相関性を考慮する必要がある。既往の研究⁹⁾¹⁰⁾¹¹⁾により地震動強さの推定誤差は拠点間の離間距離に応じた相関性を有することが報告されている。

一方、応答・耐力のばらつきやモデル化誤差は、異な

る建物間でも一定の相関を有する可能性があるが、評価手法や施工品質といった固有な前提条件に左右されるため、本研究では考慮しないこととした(実際の評価においてそれらの不確実性の相関性を推定する情報が入手できれば、可能な限り評価に反映することが望ましい)。

(19)・(20)式のパラメータで規定される確率変数 X を、相関を有する推定誤差と独立の推定誤差を用いて下式のように表す。

$$X = \varepsilon_X \cdot x_m = \varepsilon_R \cdot \varepsilon_S \cdot x_m \quad (22)$$

ここで ε_R は建物耐力や応答評価の推定誤差に起因する推定誤差であり拠点間で独立とする。また、 ε_S は地震動強さの推定誤差に起因する推定誤差であり拠点間で一定の相関性を有する。 x_m は損失率の中央値である(図1参照)。

次に(22)式の対数について異なる拠点間の共分散をとると、 $\ln \varepsilon_R$ が独立であることから、下式で表される。

$$\begin{aligned} COV(\ln X_i, \ln X_j) &= \rho_{\ln \varepsilon_{X_i}, \ln \varepsilon_{X_j}} \zeta_{\varepsilon_{X_i}} \zeta_{\varepsilon_{X_j}} \\ &= \rho_{\ln \varepsilon_{S_i}, \ln \varepsilon_{S_j}} \zeta_{\varepsilon_{S_i}} \zeta_{\varepsilon_{S_j}} \end{aligned} \quad (23)$$

ここで、地震動強さの推定誤差の拠点間相関を文献¹⁰⁾¹¹⁾に従い下式で表現する。

$$\rho_{\ln S_i, \ln S_j} = \exp(-h_{ij}/b) \quad (24)$$

b は相関距離であり、用いる距離減衰式によらずほぼ一定の値となることが知られており、 $b=27.1$ (km)となる。ここで、(19)式で損失率の平均値が地震動強さの関数で表されるとき、地震動強さの推定誤差に起因する損失率の推定誤差の相関係数は、地震動強さの推定誤差の相関係数で近似的に評価できる。

$$\rho_{\ln \varepsilon_{S_i}, \ln \varepsilon_{S_j}} \cong \rho_{\ln S_i, \ln S_j} \quad (25)$$

(25)式の近似は損失関数の非線形性の強さに依存するが、表1の脆弱性を用いてモンテカルロシミュレーションを行い十分近似可能であることを別途確かめている。以上により、損失率の拠点間の相関係数は次式で表される。

$$\rho_{\ln \varepsilon_{X_i}, \ln \varepsilon_{X_j}} = \frac{\exp(-h_{ij}/b) \cdot \zeta_{\varepsilon_{S_i}} \zeta_{\varepsilon_{S_j}}}{\zeta_{\varepsilon_{X_i}} \zeta_{\varepsilon_{X_j}}} \quad (26)$$

また、前節で求めた損失率の推定誤差 ζ_{ε_X} は、

$$\zeta_{\varepsilon_X} = \sqrt{\zeta_{\varepsilon_R}^2 + \zeta_{\varepsilon_S}^2} \quad (27)$$

で表され、それぞれ解析的に求められないが、(21)式の ζ_S 、 ζ_R の比率に同等と仮定することでそれぞれを求めることができる。例えば、図1で地震動強さによらず ζ_{ε_X} が一定と見なせる範囲での近似値として $\zeta_{\varepsilon_X}=1.1$ を仮定し、 $\zeta_R=0.4$ 、 $\zeta_S=0.5$ とすると、 ζ_{ε_R} 、 ζ_{ε_S} はそれぞれ以下の値となる。

$$\zeta_{\varepsilon_R}=0.69, \zeta_{\varepsilon_S}=0.86 \quad (28)$$

よって(24),(27),(28)式の関係と $b=27.1$ の代入により、最終的に損失率の拠点間の損失率の相関係数は次式で表すことができる。

$$\rho_{\ln \varepsilon_{X_i}, \ln \varepsilon_{X_j}} = 0.61 \cdot \exp(-h_{ij}/27.1) \quad (29)$$

ここで、2.1節における変換は、相関のある正規変数

について成立し、非正規変数の場合には、(16)式による等価正規変数を用いる必要がある。すなわち、相関係数も正規変数同士の相関（ピアソンの積率相関係数）を前提としているが、(29)式で求められる相関係数は、損失率の対数（正規変数）についての相関であることから、(11)式における相関係数として(29)式を用いてよい。なお、厳密には、相関をもつ非正規確率変数の集合は、Rosenblatt 変換⁵⁾¹²⁾により独立な正規変数の集合へ変換できるが、2.1節の変換と Rosenblatt 変換により算出した設計点がほぼ一致することを別途確認している。

2.4 設計規範式の導出

前節までに一次信頼性解析（FORM）を用いたポートフォリオ損失の性能関数を満たす設計点の導出方法を提示した。本研究では、より実的な活用を想定し、 a 、 μ_x 、 ζ_{x_j} のそれぞれの全拠点の平均値に対する当該拠点の比 ϕ を用いて、(14)式の分離係数 α' を(30)式で近似することを提案する。

$$\alpha'_i = -\frac{1}{\sqrt{S}} \left[\sum_{j=1}^n \left(a_j \rho_{ij} \mu_{x_j} \zeta_{x_j} \phi_{a_j} \phi_{\mu_j} \phi_{\zeta_j} \right) \right]$$

$$S = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(a_i \mu_{x_i} \zeta_{x_i} \phi_{a_i} \phi_{\mu_i} \phi_{\zeta_i} \rho_{ij} a_j \mu_{x_j} \zeta_{x_j} \phi_{a_j} \phi_{\mu_j} \phi_{\zeta_j} \right) \quad (30)$$

$$\phi_{a_i} = \frac{a_i}{\left(\sum_{i=1}^n a_i \right) / n}, \quad \phi_{\mu_i} = \frac{\mu_{x_i}}{\left(\sum_{i=1}^n \mu_{x_i} \right) / n}, \quad \phi_{\zeta_i} = \frac{\zeta_{x_i}}{\left(\sum_{i=1}^n \zeta_{x_i} \right) / n}$$

目標信頼性を与えれば(17)(30)式により、ただちに拠点係数が導出できることが利点である。例えば、地震リスク評価で一般的なマルチイベントモデル⁷⁾に本手法を適用する場合には、毎イベントでFORMを計算することは非現実的であり、当該式の活用が有効となる。

なお、(30)式による予測の精度（FORMによる精算値に対する30式による予測値の精度）については、設計点の比（設計式/FORM）で概ね±10%前後に収まっていることを確認しており、一般的な地震リスクマネジメントの意思決定に必要とされる評価精度の観点では十分実用に耐えらる。と考えられる。

2.5 リスク寄与率の計算

地震リスク分析で参照されるリスク値として、下式で表される年損失率期待値 AEL が挙げられる。

$$AEL = \sum_{k=1}^m v_k \cdot \mu_{L,k} \quad (31)$$

ここで、 v_k は地震イベント k の年発生確率、 $\mu_{L,k}$ は(1)式で定義される活動域 k に対するポートフォリオ損失 L の平均値である。

(31)式は純保険料に相当するリスク値だが、保険で補填される損失区間を、免責金額 l_{DD} から、免責金額 + 支払限度額 ($l_{DD} + l_{LL}$) まで、とすると、当該区間の年支払期待値 GR は下式で表される。

$$GR = \sum_{k=1}^m v_k \cdot \int_{l_{DD}}^{l_{DD}+l_{LL}} L \cdot f_k(L) dL \quad (32)$$

$f_k(L)$ は地震イベント k に対するポートフォリオ損失 L の確率密度関数である。(32)式のポートフォリオ損失

は、さまざまな損失閾値 l_0 に対して(17)(18)(30)式を用いて、地震イベント k ごとに非超過確率と設計点の算出が可能であり、保険料の各拠点への配分といった問題への応用も可能となる。

3 まとめ

ある地震によるポートフォリオ損失が各損失の確率変数の線形和で表されることに着目し、相関を考慮した一次信頼性解析により、ある信頼性指標に対応する各拠点の設計点を陽にする手法を提案した。さらに、荷重耐力係数設計法の荷重係数の概念を導入し、FORMを用いずに設計点を推定する手法を提案した。提案手法の活用により、保険購入者や投資家、保険会社といったステークホルダーに対して合理的な意思決定を促す効果が期待される。

参考文献

- 1) 菊池健太郎: 与信ポートフォリオVaRの解析的な評価法: 条件付鞍点法による近似計算の理論と数値検証, 金融研究, 日本銀行金融研究所, 2007.11
- 2) 菅野正泰: 金融リスク資本と統合リスク管理, (社)金融財政事情研究会, pp.174-176, 2010
- 3) Rackwitz, R. and Flessler, B.: Structural reliability under combined random load sequences, Computers & Structures, Vol.9, pp.489-494, 1978.11
- 4) 日本建築学会: 建築物の限界状態設計指針, 日本建築学会, 2002
- 5) Alfredo H-S.Ang, Wilson H.Tang, : 土木・建築のための確率・統計の応用, 丸善, Probability Concepts in Engineering Planning and Design, 1988
- 6) 長尚: 基礎知識としての構造信頼性設計, 山海堂, 1993
- 7) 日本建築学会 建築にかかわる社会規範・法規範特別調査委員会 建築物の安全性評価ガイドライン小委員会: 建築物の安全性評価ガイドライン小委員会 報告書, 日本建築学会, 2010.3
- 8) 中村孝明: 相関を考慮した建物群の地震損失確率関数の評価, 日本建築学会構造系論文集 No.623, pp.49-56, 2008.1
- 9) 林孝幸, 福島誠一郎, 矢代晴実: 地震動強度の空間的な相関がポートフォリオの地震リスクに与える影響, 日本建築学会構造系論文集, No.600, pp.203-210, 2006.2
- 10) 下村哲人, 高田毅士: 台湾集集地震記録に基づく地震動のマクロ空間相関特性, 日本建築学会構造系論文集No.565, pp. 41-48, 2003.3
- 11) Min Wang, Tsuyoshi Takada: Macro-spatial Correlation Model of Seismic Ground Motions, Earthquake Spectra Vol.21, No.4. pp.1137-1156, 2005.11
- 12) M. Rosenblatt: Remarks on a multivariate transformation, Ann. Math. Stat., 23, 470-2, 1952